

第1讲角平分线（练习）

一、作已知角的平分线

练习

1. 用尺规作图法作已知角 $\angle AOB$ 的平分线的步骤如下：

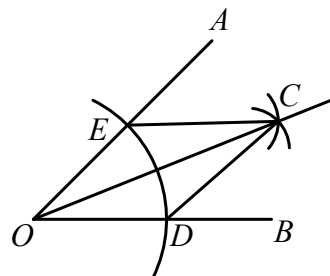
①以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交 OB 于点 D ，交 OA 于点 E 。

②分别以点 D ， E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 的内部相交于点 C 。

③作射线 OC 。

则射线 OC 为 $\angle AOB$ 的平分线。

由上述作法可得 $\triangle OCD \cong \triangle OCE$ 的依据是（ ）。



A. SAS

B. ASA

C. AAS

D. SSS

【答案】D

【解析】在 $\triangle OCD$ 和 $\triangle OCE$ 中，

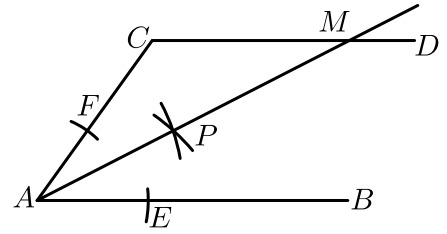
$$\begin{cases} OD = OE \\ OC = OC, \\ CD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle OCE$ (SSS)

故选D。

【标注】【知识点】SSS

2. 如图， $AB \parallel CD$ ，以点 A 为圆心，小于 AC 的长为半径画弧，分别交 AB ， AC 于点 E ， F ，再分别以点 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 AP ，交 CD 于点 M ，若 $\angle CMA = 25^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）。



A. 100°

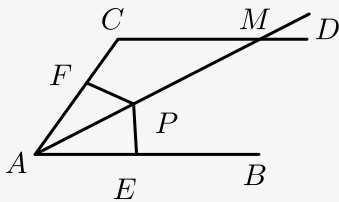
B. 110°

C. 120°

D. 130°

【答案】 D

【解析】 连接 PE , PF , 由作法可知:



$$AF = AE, PF = PE,$$

$\therefore$ 在 $\triangle AFP$ 和 $\triangle AEP$ 中,

$$\begin{cases} AF = AE \\ PF = PE \\ AP = AP \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFP \cong \triangle AEP (SSS),$

$$\therefore \angle FAP = \angle EAP,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle CMA = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle CAP = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CMA - \angle CAP = 130^\circ.$$

【标注】 【能力】推理论证能力

【知识点】SSS

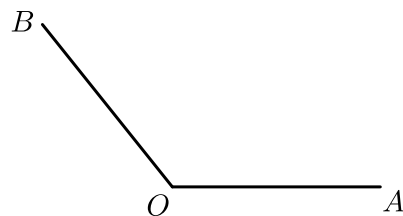
【知识点】角分线性质定理

【知识点】全等三角形的性质

【知识点】全等三角形的对应边与角

【知识点】作角平分线

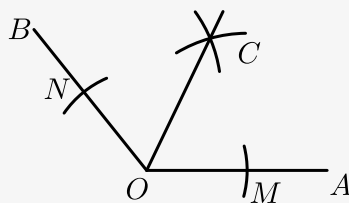
3. 已知: 如图: $\angle AOB$. 求作: $\angle AOB$ 的平分线 OC . (不写作法, 保留作图痕迹)



【答案】画图见解析．

【解析】如图所示．

作法：①以点 O 为圆心，以适当长为半径作弧交 OA 、 OB 于两点 M 、 N ；
 ②分别以点 M 、 N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径作弧，两弧相交于点 C ；
 ③作射线 OC ．

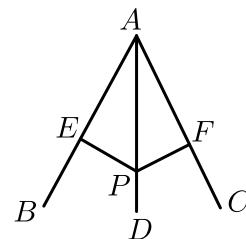


【标注】【知识点】作角平分线

二、角平分线的性质

练习

4. 如图， P 是 $\angle BAC$ 的平分线 AD 上一点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ，下列结论中不正确的是（ ）．



- A. $PE = PF$ B. $AE = AF$ C. $\triangle APE \cong \triangle APF$ D. $AP = PE + PF$

【答案】D

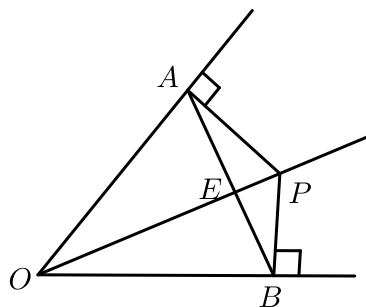
【解析】 $\because P$ 是 $\angle BAC$ 的平分线 AD 上一点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ，
 $\therefore PE = PF$ ，

又有 $AD = AD$,
 $\therefore \triangle APE \cong \triangle APF (\text{HL})$,
 $\therefore AE = AF$,
 故选 : D .

【标注】【知识点】角分线性质定理

【知识点】HL

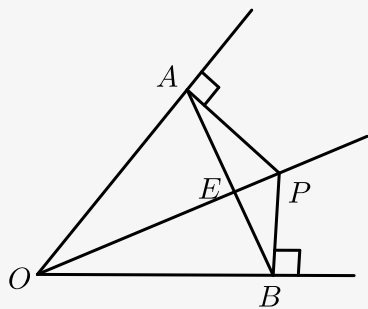
5. 如图 , OP 平分 $\angle AOB$, $PA \perp OA$, $PB \perp OB$, 垂足分别为 A , B . 下列结论中不一定成立的是 () .



- A. $PA = PB$ B. PO 平分 $\angle APB$ C. $OA = OB$ D. AB 垂直平分 OP

【答案】D

【解析】ABC $\because OP$ 平分 $\angle AOB$, $PA \perp OA$, $PB \perp OB$,



$\therefore PA = PB$,
 $\therefore \triangle OPA \cong \triangle OPB$
 $\therefore \angle APO = \angle BPO$, $OA = OB$,
 故ABC正确 ;

D . 设 PO 与 AB 相交于 E

$\because OA = OB$, $\angle AOP = \angle BOP$, $OE = OE$
 $\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOE$

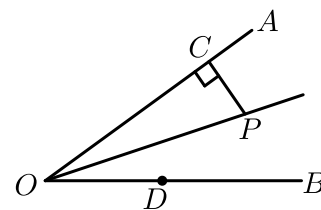
$\therefore \angle AEO = \angle BEO = 90^\circ$,
 $\therefore OP$ 垂直 AB ,
 而不能得到 AB 平分 OP , 故 **D** 错误 .
 故选 **D** .

【标注】 【知识点】角分线性质定理

【能力】 推理论证能力

练习

6. 如图, OP 平分 $\angle AOB$, $PC \perp OA$ 于 C , 点 D 是 OB 上的动点, 若 $PC = 6\text{cm}$, 则 PD 的长可以是 () .



A. 7cm

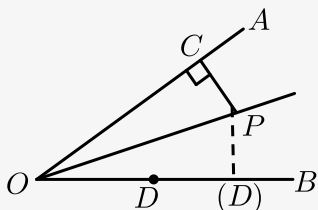
B. 4cm

C. 5cm

D. 3cm

【答案】 A

【解析】 作 $PD \perp OB$ 于 D ,



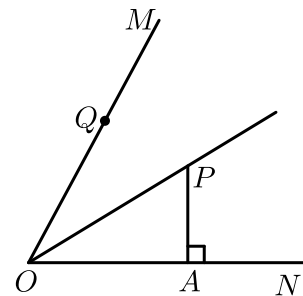
$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$, $PC \perp OA$, $PD \perp OB$,
 $\therefore PD = PC = 6\text{cm}$,
 则 PD 的最小值是 6cm ,
 故选 : **A** .

【标注】 【思想】数形结合思想

【知识点】 角分线性质定理

【能力】 运算能力

7. 如图, $\angle MON = 60^\circ$, OP 平分 $\angle MON$, $PA \perp ON$ 于点 A , 点 Q 是射线 OM 的一个动点, 若 $OP = 4$, 则 PQ 的最小值为 () .



A. $2\sqrt{3}$

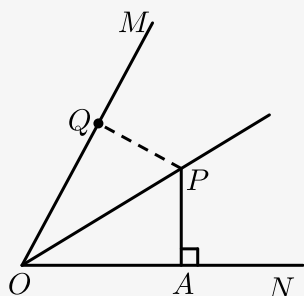
B. 4

C. 2

D. $\sqrt{3}$

【答案】 C

【解析】 过点 P 作 $PQ \perp OM$ ，垂足为 Q ，则 PQ 为最短距离，



$\because OP$ 平分 $\angle MON$ ， $PA \perp ON$ ， $PQ \perp OM$ ，

$\therefore PA = PQ$ ，

$\because \angle AOP = \frac{1}{2} \angle MON = 30^\circ$ ，

$\therefore OP = 2$ ，

$\therefore PQ = 2$ 。

故选：C。

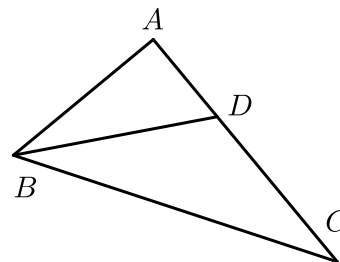
【标注】【思想】数形结合思想

【知识点】角分线性质定理

【能力】运算能力

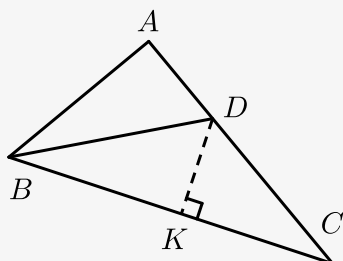
练习

8. 如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，交 AC 于 D 点，且 $AD = 3$ ， $BD = 5$ ，则点 D 到 BC 的距离是 _____。



【答案】 3

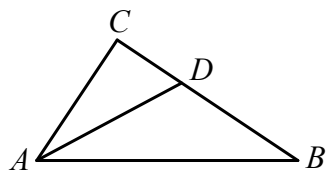
【解析】 过 D 点作 $DK \perp BC$ 于 K 点，
 $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$ ，
且 $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle BKD = 90^\circ$.
 $\therefore AD = DK = 3$.



【标注】 【知识点】 角分线性质定理

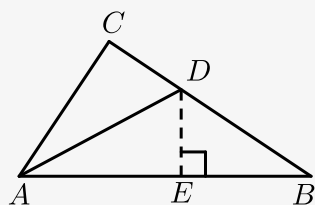
【知识点】 勾股定理与实际问题

9. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ， $BD : DC = 2 : 1$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，
则 D 到 AB 的距离为 _____ cm .



【答案】 4

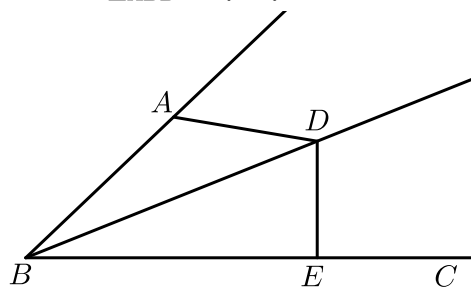
【解析】 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ， $DC \perp AC$ ，
 $\therefore CD = DE$ ，
又 $BD : DC = 2 : 1$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，
 $\therefore DC = 12 \div (2 + 1) = 12 \div 3 = 4\text{cm}$ ，
 $\therefore DE = DC = 4\text{cm}$ ，
故答案为：4 .

【标注】【知识点】角分线性质定理

10. 如图, BD 平分 $\angle ABC$, $BC \perp DE$ 于点 E , $AB = 7$, $DE = 4$, 则 $S_{\triangle ABD} = (\quad)$.



A. 28

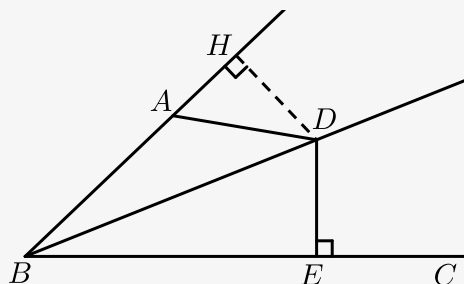
B. 21

C. 14

D. 7

【答案】C

【解析】作 $DH \perp BA$ 于 H ,



$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $BC \perp DE$, $DH \perp AB$,

$\therefore DH = DE = 4$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$,

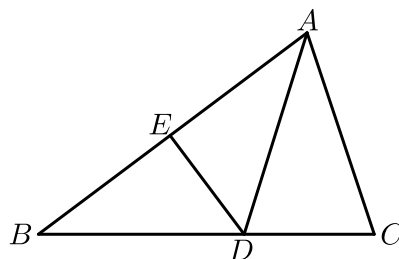
故选C.

【标注】【方法】等面积法

【知识点】角分线性质定理

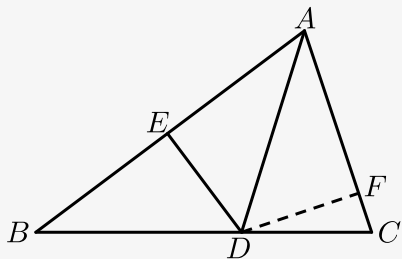
【能力】运算能力

11. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$ 于 E , 若 $S_{\triangle ABC} = 10\text{cm}^2$, $DE = 3\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$, 则 AC 的长为 _____ .



【答案】 $\frac{8}{3}\text{cm}$

【解析】 过 D 作 $DF \perp AC$ 于 F ,



$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$,

$\therefore DF = DE = 3\text{cm}$,

$\because DE = 3\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = 6\text{cm}^2$,

又 $S_{\triangle ABC} = 10\text{cm}^2$,

$\therefore S_{\triangle ADC} = 4\text{cm}^2$,

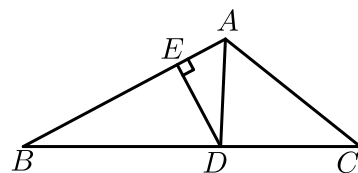
又 $DF = 3\text{cm}$,

$\therefore AC = \frac{8}{3}\text{cm}$.

【标注】【能力】运算能力

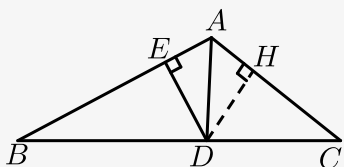
【知识点】角分线性质定理

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 的角平分线 AD 与边 BC 交于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E , $S_{\triangle ABC} = 28$, $DE = 4$, $AC = 6$, 则 AB 的长为 _____.



【答案】 8

【解析】 过 D 点作 $DH \perp AC$ 于 H ,



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, $DH \perp AC$,

$\therefore DE = DH = 4$.

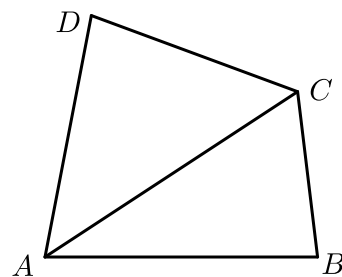
$$\begin{aligned}
&\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = 28, \\
&S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DH = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12, \\
&\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE = 28 - 12 = 16, \\
&\therefore \frac{1}{2} AB \times 4 = 16, \\
&\therefore AB = 8.
\end{aligned}$$

【标注】【思想】数形结合思想

【能力】运算能力

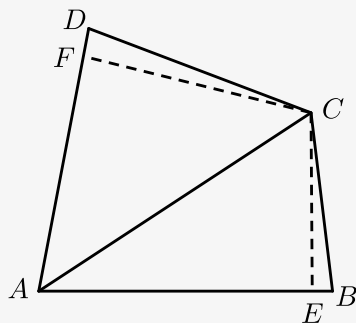
【知识点】角分线性质定理

13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， AC 平分 $\angle DAB$ ， $AD = 5$ ， $AB = 6$ ，若 $\triangle ACD$ 的面积为 10，则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____。



【答案】12

【解析】



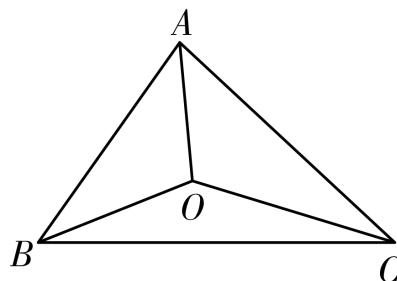
作 $CE \perp AB$ 于 E ， $CF \perp AD$ 于 F ，
 由题意得， $\frac{1}{2} \times AD \times CF = 10$ ，
 解得 $CF = 4$ ，
 $\because AC$ 平分 $\angle DAB$ ， $CE \perp AB$ ， $CF \perp AD$ ，
 $\therefore CE = CF = 4$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AB \times CE = 12$ ，
 故答案为：12。

【标注】【能力】运算能力

【知识点】角分线性质定理

练习

14. 如图, $\triangle ABC$ 的三边 AB , BC , AC 的长分别为 45, 50, 60, 其中三条角平分线相交于点 O , 则 $S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】9 : 10 : 12

【解析】作 $OD \perp AB$ 于 D , $OE \perp BC$ 于 E , $OF \perp AC$ 于 F ,

$\therefore$ 点 O 是三条角平分线的交点,

$\therefore OD = OE = OF$,

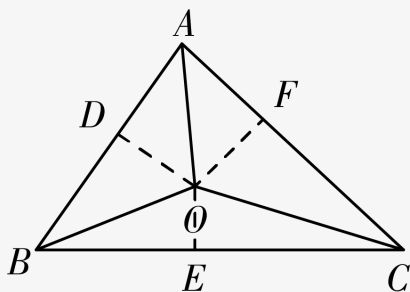
$$\text{则 } S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} = \frac{1}{2} \times AB \times OD : \frac{1}{2} \times BC \times OE : \frac{1}{2} \times AC \times OF$$

$$= AB : BC : AC$$

$$= 45 : 50 : 60$$

$$= 9 : 10 : 12,$$

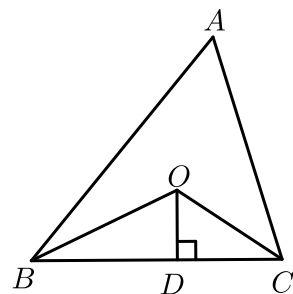
故答案为 : 9 : 10 : 12 .



【标注】【知识点】角分线性质定理

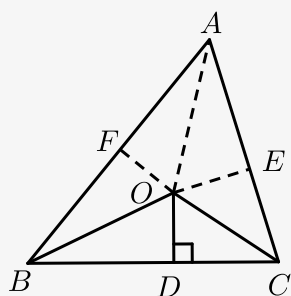
【能力】分析和解决问题能力

15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的周长是 21, OB , OC 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$, $OD \perp BC$ 于 D , 且 $OD = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【答案】 $\frac{63}{2}$.

【解析】 过O作 $OE \perp AC$, $OF \perp AB$,
垂足分别为E、F , 连接OA ,



$\because OB$ 、 OC 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$, $OD \perp BC$,

$\therefore OD = OF$, $OD = OE$,

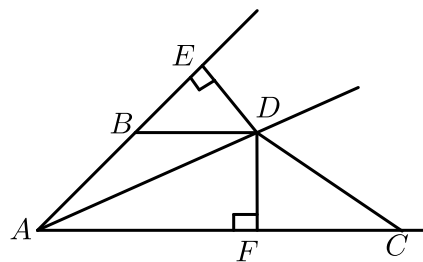
$\therefore OF = OE = OD = 3$,

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle OBC} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle OAB} \\ &= \frac{1}{2} OD \times BC + \frac{1}{2} \times OE \times AC + \frac{1}{2} \times OF \times AB \\ &= \frac{1}{2} \times OD \times (BC + AC + AB) = \frac{1}{2} \times 3 \times 21 = \frac{63}{2} . \end{aligned}$$

【标注】 【知识点】 角分线性质定理

练习

16. AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于E , $DF \perp AC$ 于F , 且 $DB = DC$, 求证 : $EB = FC$.



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F ,

$$\therefore DE = DF ;$$

$\because DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F .

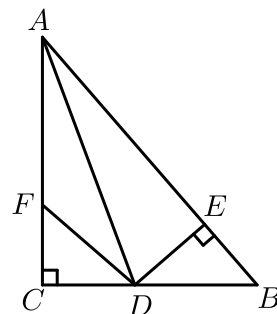
$$\therefore \text{在 Rt}\triangle DBE \text{和 Rt}\triangle DCF \text{中} \begin{cases} DE = DF \\ DB = DC \end{cases} ,$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DBE \cong \text{Rt}\triangle DCF (\text{HL}) ;$

$$\therefore EB = FC .$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

17. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , AD 平分 $\angle BAC$, $\angle C = 90^\circ$, $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在 AC 上 , $BD = DF$



(1) 求证 : $CF = EB$.

(2) 若 $AB = 12$, $AF = 8$, 求 CF 的长 .

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 2 .

【解析】(1) $\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $\angle C = 90^\circ$, $DE \perp AB$ 于 E ,

$$\therefore DE = DC .$$

在 $\triangle CDF$ 与 $\triangle EDB$ 中

$$\begin{cases} DF = DB \\ DC = DE \end{cases} ,$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle EDB (\text{HL}) ,$

$$\therefore CF = EB .$$

(2) 设 $CF = x$, 则 $AE = 12 - x$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$,

$$\therefore CD = DE .$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle AED$

中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ CD = DE' \end{cases}$$

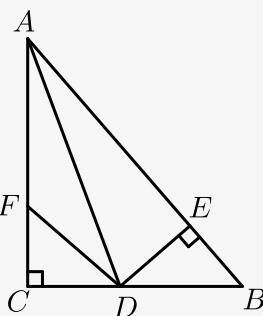
$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED$ (HL),

$\therefore AC = AE$, 即

$$8 + x = 12 - x,$$

解得 $x = 2$, 即 $CF = 2$.

故答案为: 2.



【标注】【能力】推理论证能力

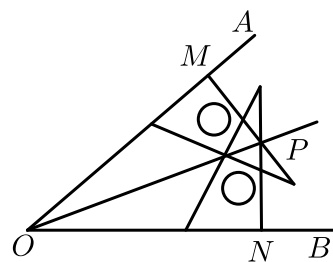
【知识点】HL

【知识点】角分线性质定理

三、角平分线的判定

练习

18. 如图, 在 $\angle AOB$ 的两边上, 分别取 $OM = ON$, 再分别过点 M, N 作 OA, OB 的垂线, 交点为 P , 画射线 OP , 则 OP 平分 $\angle AOB$ 的依据是 ().



A. SSS

B. SAS

C. AAS

D. HL

【答案】D

【解析】 $\because PM \perp OA, PN \perp OB$,

$$\therefore \angle PMO = \angle PNO = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle PMO$ 和 $\text{Rt}\triangle PNO$ 中, $\angle PMO = \angle PNO = 90^\circ$,

$$\begin{cases} OM = ON \\ PO = PO \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PMO \cong \text{Rt}\triangle PNO (\text{HL})$,

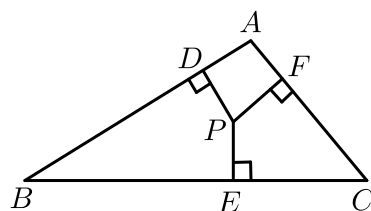
$\therefore \angle POM = \angle PON$,

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$.

故选D.

【标注】【知识点】HL

19. 如图, 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点, $PD \perp AB$ 于 D , $PE \perp BC$ 于 E , $PF \perp AC$ 于 F , 且 $PD = PE = PF$, 则点 P 是 $\triangle ABC$ ().

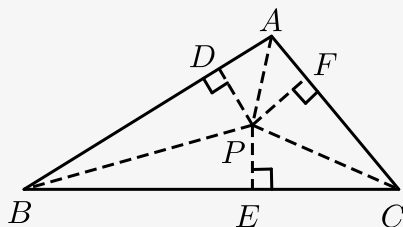


- A. 三边垂直平分线的交点
B. 三条角平分线的交点
C. 三条高的交点
D. 三条中线交点

【答案】B

【解析】已知 $PD = PE = PF$,

连接 PA 、 PB 、 PC ,



$\therefore PD = PE$, $PD \perp AB$, $PE \perp BC$,

$\therefore PB$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线,

同理 PA 、 PC 分别是 $\angle BAC$, $\angle ACB$ 的角平分线,

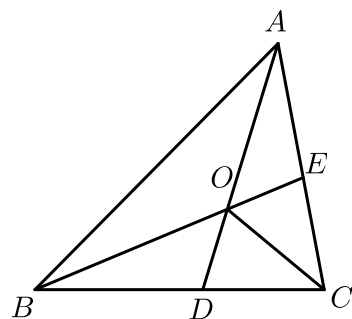
故 P 是 $\triangle ABC$ 角平分线交点.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】角分线性质定理

【知识点】角平分线判定定理

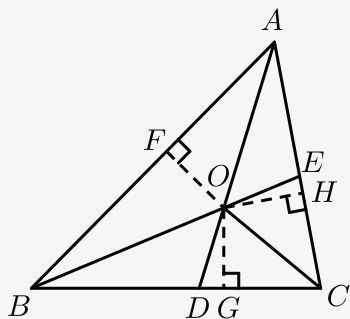
20. 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ， AD ， BE 相交于点 O ，连接 CO ，则有（ ）。



- A. $\triangle CEO \cong \triangle CDO$ B. $OE = OD$ C. CO 平分 $\angle ACB$ D. $OC = OD$

【答案】 C

【解析】 过 O 作 $OF \perp AB$ 于 F ， $OG \perp BC$ 于 G ， $OH \perp AC$ 于 H ，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore OF = OH$ ， $OF = OG$ ，

$\therefore OG = OH$ ，

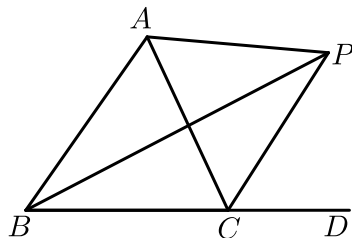
$\therefore CO$ 平分 $\angle ACB$ 。

故选C。

【标注】【知识点】角分线性质定理

【能力】推理论证能力

21. 如图， $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与内角 $\angle ABC$ 平分线 BP 交于点 P ，若 $\angle BAC = 60^\circ$ ，则 $\angle CAP =$ _____ 度。



【答案】 60

【解析】 延长 BA ，作 $PN \perp BD$ ， $PF \perp BA$ ， $PM \perp AC$ ，

CP 平分 $\angle ACD$

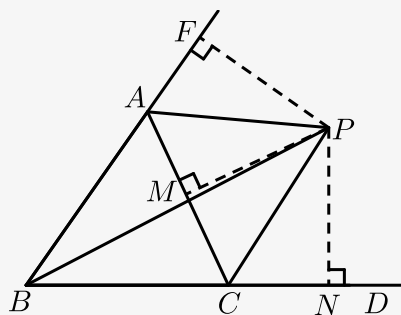
，所以

$PM = PN$

BP 平分 $\angle ABC$

，所以

$PN = PF$ 。



在 $\text{Rt}\triangle PFA$ 和 $\text{Rt}\triangle PMA$ 中，

$$\therefore \begin{cases} PA = PA \\ PM = PF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PFA \cong \text{Rt}\triangle PMA (\text{HL})$ ，

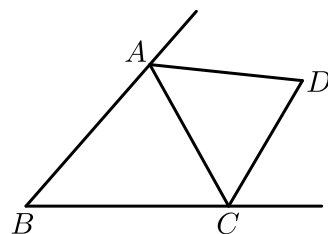
$\therefore \angle FAP = \angle PAC = 60^\circ$ 。

故答案为： 60° 。

【标注】 【知识点】 HL

【知识点】 角平分线判定定理

22. 已知如图点 D 是 $\triangle ABC$ 的两外角平分线的交点，下列说法：



① $AD = CD$ ；

② D 到 AB 、 BC 的距离相等；

③ D 到 $\triangle ABC$ 的三边所在直线的距离相等；

④ 点 D 在 $\angle B$ 的平分线。

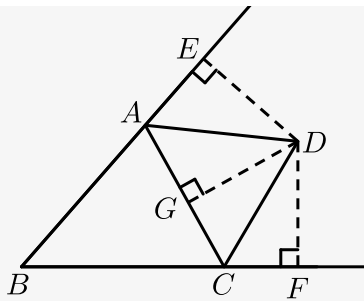
其中正确的说法的序号是 _____。

【答案】 ②③④

【解析】 如图，过点 D 作 $DE \perp BA$ 交 BA 的延长线于 E ，

作 $DF \perp BC$ 交 BC 的延长线于 F ，

作 $DG \perp AC$ 于 G 。



$\therefore$ 点 D 是 $\triangle ABC$ 的两外角平分线的交点，

$\therefore DE = DG, DF = DG,$

$\therefore DE = DF,$

故②正确；

$\therefore DE = DF = DG$ ，故③正确；

$\therefore DE \perp BA, DF \perp BC, DE = DF,$

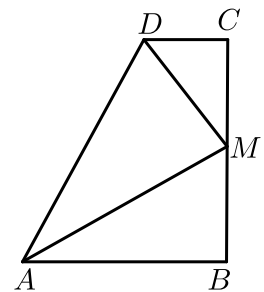
$\therefore$ 点 D 在 $\angle B$ 的平分线，故④正确；

只有 $AB = BC$ 或 $AE = CF$ 时，才有 $AD = CD$ ，①错误。

【标注】【知识点】角平分线判定定理；角分线性质定理

练习

23. 如图， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， M 是 BC 的中点， DM 平分 $\angle ADC$ ，且 $\angle ADC = 110^\circ$ ，则 $\angle MAB$ 的度数是（ ）。



A. 30°

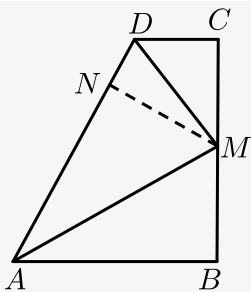
B. 35°

C. 45°

D. 60°

【答案】 B

【解析】 作 $MN \perp AD$ 于 N ，

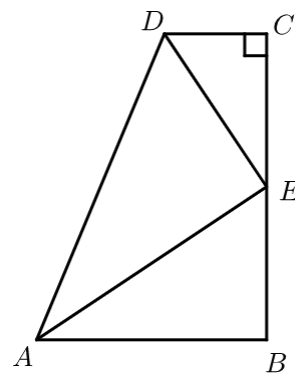


$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$,
 $\therefore AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle DAB = 180^\circ - \angle ADC = 70^\circ$,
 $\therefore DM$ 平分 $\angle ADC$, $MN \perp AD$, $MC \perp CD$,
 $\therefore MN = MC$,
 $\therefore M$ 是 BC 的中点 ,
 $\therefore MC = MB$,
 $\therefore MN = MB$, 又 $MN \perp AD$, $MB \perp AB$,
 $\therefore \angle MAB = \frac{1}{2} \angle DAB = 35^\circ$,
 故选B .

【标注】【知识点】角分线性定理

【方法】图象法

24. 如图所示，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， DE 平分 $\angle ADC$ ， AE 平分 $\angle BAD$ ， E 在 BC 上，下列结论不成立的是（ ）。

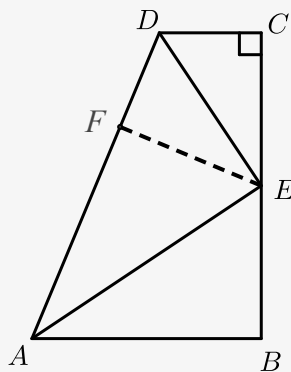


- A. E 是 BC 的中点 B. $CD + AB = AD$ C. $\angle AED = 90^\circ$ D. $CE + DE = BC$

【答案】D

【解析】作 $EF \perp AD$,

$\because \angle B = \angle C = 90^\circ$, DE 平分 $\angle ADC$,
 AE 平分 $\angle BAD$,
 $\therefore CE = EF = BE$, 故 E 是 BC 的中点,
 $\therefore \triangle DCE \cong \triangle DFE$, $\triangle BAE \cong \triangle FAE$,
 $\therefore DC = DE$, $AB = AE$,
 $\angle CED = \angle FED$, $\angle AEB = \angle AEF$,
 $\therefore CD + AB = AD$, $\angle AED = 90^\circ$,
 $\therefore DE > CE = BE$,
 $\therefore CE + DE = BC$ 错误.

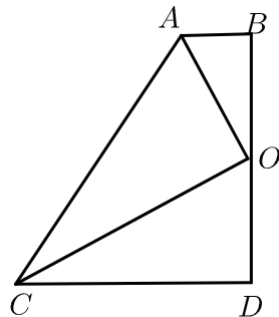


故选D.

【标注】【知识点】角分线性质定理

【知识点】全等三角形实际生活中的应用

25. 如图, 四边形 $ABDC$ 中, $\angle D = \angle ABD = 90^\circ$, 点 O 为 BD 的中点, 且 OA 平分 $\angle BAC$.



- (1) 求证: OC 平分 $\angle ACD$.
- (2) 求证: $OA \perp OC$.
- (3) 求证: $AB + CD = AC$.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 证明见解析.

(3) 证明见解析.

【解析】(1) 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于 E ,

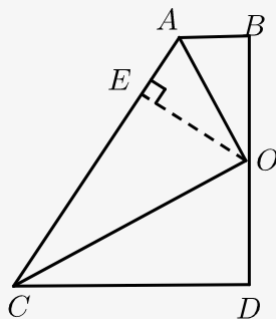
$\because \angle ABD = 90^\circ$, OA 平分 $\angle BAC$,

$\therefore OB = OE$,

$\because$ 点 O 为 BD 的中点,

$\therefore OB = OD$,

$\therefore OE = OD$,
 $\therefore OC$ 平分 $\angle ACD$.



- (2) 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 和 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中 ,

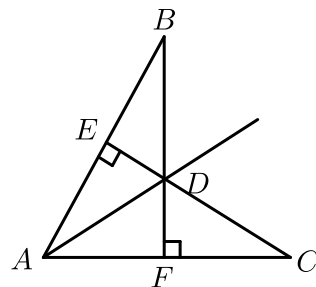
$$\begin{cases} AO = AO \\ OB = OE' \end{cases}$$

 $\therefore \text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle AEO$ (HL) ,
 $\therefore \angle AOB = \angle AOE$,
 同理求出 $\angle COD = \angle COE$,
 $\therefore \angle AOC = \angle AOE + \angle COE = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$,
 $\therefore OA \perp OC$.
- (3) $\therefore \text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle AEO$,
 $\therefore AB = AE$,
 同理可得 $CD = CE$,
 $\therefore AC = AE + CE$,
 $\therefore AB + CD = AC$.

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

练习

26. 如图：已知 $BD = CD$, $BF \perp AC$, $CE \perp AB$, 求证：点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上 .



【答案】 证明见解析 .

【解析】 $\because BF \perp AC, CE \perp AB,$

$$\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ,$$

在 $\triangle BED$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle BED = \angle CFD \\ \angle BDE = \angle CDF, \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BED \cong \triangle CFD (\text{AAS}),$$

$$\therefore DE = DF,$$

又 $\because DE \perp AB, DF \perp AC,$

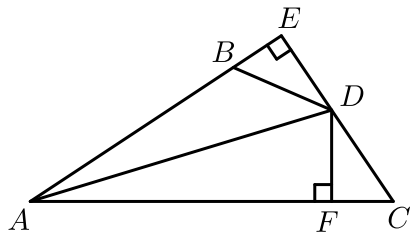
$\therefore$ 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】AAS

【知识点】角平分线判定定理

27. 如图, $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 若 $BD = CD$, $BE = CF$.



(1) 求证: AD 平分 $\angle BAC$.

(2) 已知 $AC = 20$, $BE = 4$, 求 AB 的长.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 12.

【解析】(1) $\because DE \perp AB, DF \perp AC,$

$$\therefore \angle E = \angle DFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BED$ 和 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中

$$\begin{cases} BD = CD \\ BE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BED \cong \text{Rt}\triangle CFD (\text{HL}),$$

$$\therefore DE = DF,$$

$\because DE \perp AB, DF \perp AC,$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$.

(2) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\begin{aligned}
&\angle E = \angle DFC = 90^\circ, \\
&\begin{cases} AD = AD \\ DE = DF \end{cases} \\
&\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF (\text{HL}), \\
&\therefore AE = AF, \\
&\because BE = FC = 4, AC = 20, \\
&\therefore AF = 20 - 4 = 16, \\
&\therefore AE = AF = 16, \\
&\therefore AB = AE - BF = 16 - 4 = 12.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

【知识点】HL

【知识点】全等三角形的性质